

# Logique et Sémantique : Critique d'une interprétation non-standard de la logique déontique

Clayton Peterson\*

## Résumé

*Ce texte porte sur l'analyse sémantique de la logique déontique. Nous analyserons de façon critique un texte de Schotch (1981) portant sur une interprétation de la logique déontique dans le cadre d'une sémantique non-kripkéenne. Nous laisserons de côté les choix relatifs à la syntaxe de son système afin de se concentrer sur l'analyse sémantique qu'il expose contre la logique déontique et sur celle qu'il propose en retour. Avant de voir le détail de son raisonnement, nous présenterons brièvement quelques notions de logique modale afin de faciliter la compréhension de l'argument de Schotch. Nous présenterons ensuite l'argument de l'auteur contre la logique déontique afin de pouvoir exposer sa solution, ce qui ouvrira la porte à une lecture critique de son analyse.*

## 1. Introduction

La logique déontique constitue une tentative d'application de la logique au discours relatif aux devoirs et aux obligations. Le système standard de logique déontique (SDL), développé par von Wright (1951), est maintenant une branche des logiques modales, c'est-à-dire des logiques qui traitent des propositions dont la vérité dépend de certaines modalités (ex. la nécessité, la possibilité, la temporalité, etc.). De fait, en tant que logique modale, SDL est une extension du système K et est interprétée dans le cadre d'une sémantique de Kripke (1963). Le système K est une extension de la logique classique (LC), à laquelle on ajoute l'opérateur «  $\square$  » et deux règles gouvernant l'introduction et l'élimination de  $\square$ . Soutenir que K est une extension

\* L'auteur est étudiant à la maîtrise en philosophie (Université de Montréal).

de LC équivaut à dire que tous les théorèmes de LC sont des théorèmes de K, mais non l'inverse :

$$\text{si } \vdash_{LC} A, \text{ alors } \vdash_K A$$

En ce sens, l'ensemble des théorèmes de LC est un sous-ensemble des théorèmes de K ( $LC \subset K$ ), de la même manière que K est un sous-ensemble de SDL et que les théorèmes de K sont aussi des théorèmes de SDL :

$$\text{si } \vdash_K A, \text{ alors } \vdash_{SDL} A$$

Considérant la règle d'introduction de la boîte, il s'ensuit que pour tout théorème A de LC,  $\Box A$  est un théorème de K :

$$\text{si } \vdash_{LC} A, \text{ alors } \vdash_K \Box A$$

On définit à l'aide de l'opérateur  $\Box$  un opérateur « faible » qui sera représenté par  $\Diamond$  :

$$\Diamond A =_{\text{def}} \neg \Box \neg A$$

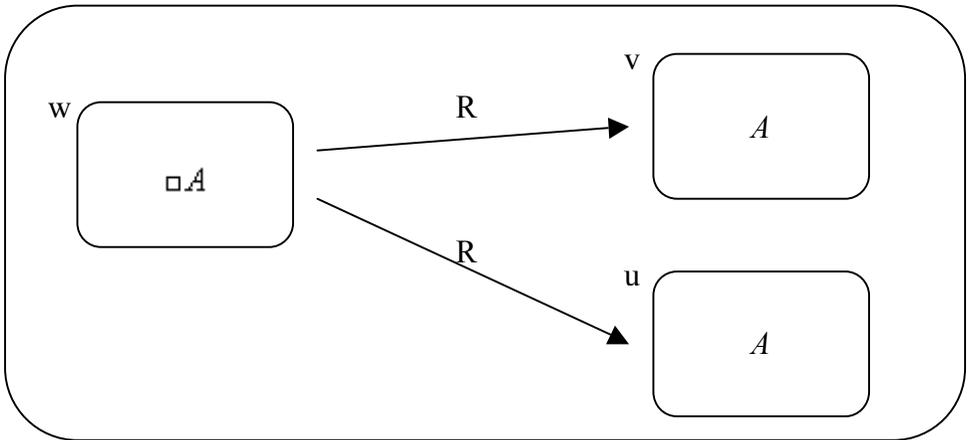
Dans le cas de la logique déontique, l'opérateur  $\Box$  est interprété en tant que devoir ou obligation, alors que l'opérateur  $\Diamond$  est interprété comme la permission. Dans le cadre de SDL, les opérateurs sont remplacés respectivement par O et P, et les propositions OA et PA se lisent « obligatoirement A » et « A est permis ». Par ailleurs, SDL s'interprète dans le cadre d'une sémantique de Kripke, c'est-à-dire à l'intérieur d'un modèle  $\langle U, R, a \rangle$  où « U » est un ensemble non vide, « R » une relation à l'intérieur de U, et « a » une fonction qui assigne

des valeurs de vérité aux propositions à l'intérieur du modèle. La clause sémantique est qu'une proposition  $\Box A$  est vraie pour un scénario  $w$  si et seulement si  $A$  est vrai pour tous les scénarios  $v$  en relation  $R$  avec  $w$  :

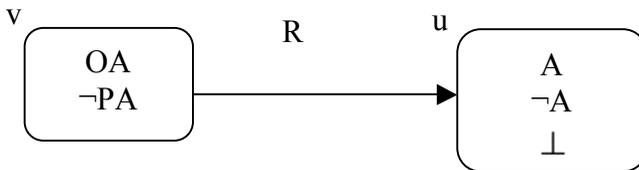
$$a_w(\Box A) = V \text{ ssi } a_v(A) = V \text{ pour tout } v \text{ t.q. } wRv$$

Cela peut être schématiquement représenté ainsi :

U



En ce qui à trait à la logique déontique, SDL est l'addition de l'axiome D ( $OA \rightarrow PA$ ), qui se lit « si A est obligatoire, alors A est permis », au système K. L'axiome D induit une relation de sérialité à l'intérieur du modèle, c'est-à-dire que, pour que D soit valide, il doit y avoir une relation  $R$  telle que pour tout  $v$  il existe  $u$  en relation  $R$  avec  $v$  :



S'il n'y avait pas de relation R sérielle, alors aucune règle ne nous permettrait de fermer l'arbre sémantique, et l'implication serait donc invalide. La relation de sérialité va de pair avec l'axiome D puisqu'elle permet de le rendre valide.

## 2. La position de Schotch

### 2.1 Résumé de l'argument

L'objectif visé est d'être en mesure de fournir le plus faible système formel qui rende compte du terme *devoir* (« ought ») tout en préservant la validité. Selon Schotch (1981), SDL n'est pas un système adéquat pour formaliser le discours normatif, et l'argument vise principalement l'interprétation de SDL selon une sémantique de Kripke. Plus précisément, la critique vise une propriété du système K, à savoir la distributivité de l'opérateur  $\Box$  sur la conjonction, et de fait, si K n'est pas adéquat pour formaliser le discours quant à *ce qui doit être*, il s'ensuit que SDL ne l'est pas davantage puisqu'il s'agit d'une extension de K. L'argument consiste à soutenir que le système K ne permet pas la possibilité de rendre compte des conflits d'obligations. En effet, la position de Schotch est telle que la distributivité de  $\Box$  sur la conjonction fait s'effondrer la distinction déontique entre l'axiome D et le théorème  $\neg\Box\perp$ , ce qui, en vertu du paradoxe de l'agrégation complète, bloque la possibilité d'avoir un conflit insoluble d'obligations.

### 2.2 L'argument

D'entrée de jeu, la prémisse sur laquelle repose l'argument de Schotch est qu'il existe des conflits d'obligations morales insolubles. Il donne comme exemple une situation où un agent fait à diverses personnes plusieurs promesses incompatibles, comme le fait de promettre à sa sœur d'être chez elle à 13h30 lundi le 17 mai 2010 et de promettre à sa mère la même chose (étant entendu que la mère et la sœur n'habitent pas au même endroit). Dans une pareille situation, l'agent est clairement dans l'obligation de faire deux actions qui s'excluent mutuellement, et de fait il lui est impossible de remplir ses

deux obligations, d'où le conflit insoluble. Si nous acceptons une telle prémisse et la possibilité d'une telle situation, il s'ensuit que le système adopté pour formaliser le discours normatif doit tenir compte de ce conflit d'obligations. Or, selon Schotch, SDL ne permet pas de rendre compte d'une telle situation puisque le théorème

$$\vdash_K (\Box A \wedge \Box B) \rightarrow \Box (A \wedge B)$$

entraîne le paradoxe de l'agrégation complète et par le fait même rend impossible le conflit d'obligations. En vertu de ce théorème, SDL ne rend pas compte de la situation susmentionnée. En effet, dans l'exemple précédent, l'agent a l'obligation d'être chez sa sœur et de ne pas être chez sa sœur au même moment, puisqu'il a aussi l'obligation d'être chez sa mère, laquelle n'habite pas au même endroit. De fait, la personne a l'obligation  $A$  et  $\neg A$ . Or, une telle situation n'est pas possible au sein de SDL :

1.  $\vdash_{SDL} \Box A \rightarrow \neg \Box \neg A$                       D
2.  $\vdash_{SDL} \neg(\Box A \wedge \neg \neg \Box \neg A)$                       def conj. 1
3.  $\vdash_{SDL} \neg(\Box A \wedge \Box \neg A)$                       double négation 2

Dès lors, SDL ne permet pas de rendre compte du conflit d'obligations puisque le système rend impossible une situation où un agent aurait deux obligations contradictoires, alors qu'une telle situation est tout à fait plausible. Par surcroît, l'auteur soutient que le paradoxe de l'agrégation complète entraîne l'effondrement de la distinction entre D et  $\neg \Box \perp$ . D'une part, la signification de D est que si une action est obligatoire, alors elle est permise. Mais le sens de « permis » va ici plus loin que la signification déontique « ce qui est permis n'est pas interdit ». En effet, l'auteur interprète l'axiome D en termes de « si A est une obligation, alors A est non seulement

permise, mais il est aussi logiquement possible d'accomplir  $A$  ». D'autre part, la proposition  $\neg \Box \perp$  est un théorème de SDL :

1.  $\vdash_{LC} \perp \rightarrow \perp$  tautologie
2.  $\vdash_{LC} \neg \perp$  def  $\neg$  1
3.  $\vdash_K \Box \neg \perp$  si  $\vdash_{LC} A$ , alors  $\vdash_K \Box A$
4.  $\vdash_{SDL} \Box \neg \perp$   $K \subset SDL$
5.  $\vdash_{SDL} \Box \neg \perp \rightarrow \Diamond \neg \perp$  axiome D
6.  $\vdash_{SDL} \Diamond \neg \perp$  MP 4,5
7.  $\vdash_{SDL} \neg \Box \perp$  thm K 6

Le raisonnement de Schotch est tel que le paradoxe de l'agrégation, en empêchant la possibilité de conflits d'obligations insolubles, empêche par le fait même la possibilité de distinguer ce théorème de l'axiome D puisque les deux deviennent un critère de cohérence. En effet, le théorème stipule que l'absurde n'est pas une obligation, et donc qu'une obligation ne peut pas être incohérente. Dans le même ordre d'idée, l'axiome D est aussi un critère de cohérence puisqu'il empêche la possibilité d'avoir deux obligations contradictoires :

$$\vdash_{SDL} \neg(\Box A \wedge \Box \neg A)$$

Dès lors, la propriété concernant la distributivité de l'opérateur  $\Box$  dans le système K, qui est par extension une propriété de SDL, entraîne l'impossibilité d'avoir un conflit d'obligations et par le fait même réduit l'interprétation de l'axiome D et du théorème susmentionné à un critère de cohérence empêchant la possibilité d'avoir un conflit d'obligations. Selon Schotch, chaque personne souscrit à différents systèmes d'obligations, lesquelles peuvent

possiblement entrer en contradiction les uns avec les autres. De fait, même si chaque système d'obligations, pris individuellement, doit être cohérent, il n'en demeure pas moins que le système total engendré par la conjonction des différents systèmes auxquels l'agent souscrit peut contenir des obligations incompatibles. Il est possible, par exemple, que les obligations légales d'une personne soient incompatibles avec ses obligations morales ou religieuses. Le système total d'obligations ne sera pas incohérent puisque l'agrégation ne pourra pas être faite à l'intérieur du système. Autrement dit, même si deux obligations sont incompatibles, le système total reste cohérent puisqu'on ne peut pas conclure que la conjonction des obligations est obligatoire. En ce sens, il est donc possible qu'il y ait au sein du système total des conflits d'obligations insolubles, sans pour autant qu'il y ait d'incohérence. Puisque SDL ne permet pas de telles situations, Schotch en conclut que ce système n'est pas adéquat pour formaliser le concept d'obligation.

### 2.3 La solution

Conformément à l'objectif qu'il s'était fixé, après avoir justifié le rejet de SDL, Schotch présente l'interprétation sémantique qu'il considère adéquate pour formaliser le discours relatif à l'obligation. Selon lui, la solution consiste à créer une sémantique plus large afin de rendre l'opérateur  $O$  ambigu, plutôt que de restreindre l'interprétation et d'ajouter des clauses sémantiques. L'objectif est de développer une sémantique qui invalide la proposition

$$(OA \wedge OB) \rightarrow O(A \wedge B)$$

afin de pouvoir éviter le paradoxe de l'agrégation complète. Pour ce faire, Schotch définit une structure  ${}^n\mathcal{F}$  à l'intérieur de laquelle il y a  $n$ -relations :

$${}^n\mathcal{F} = \langle U, R_1, \dots, R_n \rangle \quad \text{et où } U \neq \emptyset$$

À l'intérieur de cette structure, chaque relation  $R_i$  représente une relation entre une proposition et un ensemble d'obligations, et  $U$  est un ensemble non-vide. Par exemple,

$${}^3\mathcal{F} = \langle U, R_1, R_2, R_3 \rangle$$

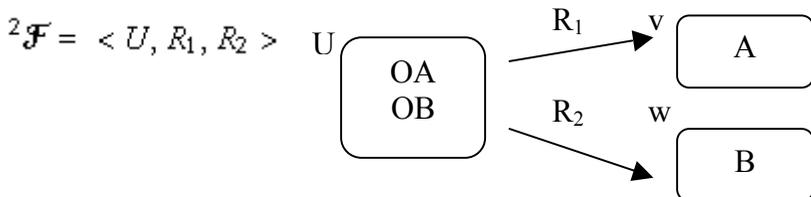
est une structure qui peut représenter une situation où une personne souscrit à un ensemble d'obligations légales, religieuses et familiales. Dans cet exemple, la clause sémantique est qu'une proposition  $OA$  est vraie dans  $U$  si et seulement si  $A$  est vrai pour tout  $v$  en relation  $R_1$  avec  $U$ , ou  $A$  est vrai pour tout  $v$  en relation  $R_2$  avec  $U$ , ou  $A$  est vrai pour tout  $v$  en relation  $R_3$  avec  $U$ . Autrement dit,  $A$  est une obligation dans  $U$  si et seulement si  $A$  fait partie d'un des ensembles d'obligations auxquels souscrit l'agent. Formellement, la clause sémantique de Schotch est la suivante :

$$\models_U OA \text{ ssi } \forall v, uR_1v \Rightarrow \models_v A, \text{ ou } \dots, \text{ ou } \forall v, uR_nv \Rightarrow \models_v A$$

En mots, cela équivaut à dire que  $OA$  est vrai dans  $U$  si et seulement s'il y a au minimum une relation  $R_i$  telle que  $A$  est vrai pour tout  $v$  en relation  $R_i$  avec  $U$ . Une telle sémantique permet d'éliminer le paradoxe de l'agrégation complète puisque ce n'est pas parce que  $OA$  et  $OB$  sont vrais dans  $U$  que

$$O(A \wedge B)$$

l'est aussi. En effet, il est possible que  $A$  soit vrai en fonction d'une relation  $R_i$ , alors que  $B$  le soit en fonction d'une relation  $R_j$  (où  $i \neq j$ ) sans pour autant que la conjonction de  $A$  et  $B$  soit en relation avec  $U$ . Schématiquement, nous avons la situation suivante :



Dans aucun cas la conjonction de A et B n'appartient à un ensemble en relation avec U, et donc la proposition n'est pas vraie dans U. De fait, l'interprétation sémantique de Schotch permet d'éviter le paradoxe de l'agrégation complète et le conflit d'obligations devient possible. En effet, il est possible d'avoir deux obligations incompatibles A et B sans pour autant que leur conjonction, qui sera alors contradictoire, soit aussi une obligation, ce qui serait absurde. La conséquence d'une telle approche est qu'il est possible de formaliser des conflits d'obligations insolubles, et la conclusion de l'auteur est donc qu'une telle sémantique reflète mieux le sens du concept d'obligation.

### 3. Analyse critique

Le raisonnement de l'auteur repose fondamentalement sur le paradoxe de l'agrégation complète. Dans un premier temps, nous montrerons en quoi l'agrégation est non seulement acceptable, mais *a fortiori* une caractéristique du concept d'obligation, ce qui d'entrée de jeu bloquera la critique de Schotch et réfutera son interprétation sémantique. Nous montrerons ensuite en quoi l'axiome D et le théorème  $\neg \Box \perp$  reflètent parfaitement la principale caractéristique d'un ensemble d'obligations, en l'occurrence la cohérence, sans pour autant qu'il y ait effondrement au niveau de leur interprétation. De fait, un système adéquat à la formalisation du discours normatif devra inclure les principes d'agrégation et de cohérence.

#### 3.1 L'agrégation

##### 3.1.1 Démarche et concepts préliminaires

Afin de résoudre le paradoxe de l'agrégation complète, la solution de Schotch est d'interpréter le concept d'obligation de manière ambiguë, ce qui se traduira par l'introduction d'une sémantique non-kripkéenne. Le concept d'obligation inclut alors toutes les obligations et tous les devoirs, allant de l'obligation de respecter une promesse à l'obligation de respecter la loi. L'argument de l'auteur pour justifier son approche est que la logique, appliquée aux obligations, doit

rendre compte du fait qu'il existe des conflits insolubles d'obligations, comme par exemple dans le cas où un agent souscrit à plusieurs systèmes d'obligations incompatibles, ce qui lui fait rejeter le principe d'agrégation. Or, l'agrégation est une caractéristique fondamentale du concept d'obligation et l'idée d'un conflit d'obligations insoluble est absurde puisque le paradoxe repose sur le fait qu'un agent souscrit lui-même à un système total d'obligations incompatibles<sup>1</sup>. La hiérarchisation des différents systèmes d'obligations permet en partie de résoudre le problème : si une obligation légale est incompatible avec une obligation morale, l'agent est dans l'obligation de remplir l'obligation légale.

L'agrégation est une caractéristique fondamentale de l'obligation. En effet, si un agent a trois obligations distinctes, disons A, B et C, il est juste d'affirmer que la conjonction de ces actions est elle-même obligatoire. Autrement dit, un agent a l'obligation de toutes ses obligations. Prenons l'obligation légale comme paradigme afin de mettre en lumière les traits fondamentaux du concept d'obligation. D'emblée, toute obligation est conditionnelle, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'obligation absolue. En ce sens, l'obligation est conditionnelle à l'acceptation d'un ensemble de principes qui ont pour but de guider l'action (voir Weinberger 2001). Il est toujours possible pour un agent de ne pas agir conformément à ses obligations. Or, toute obligation est caractérisée par un « incitateur » à l'action, c'est-à-dire par une force coercitive qui incite l'agent à agir conformément à ses obligations. Dans le cas de l'obligation légale, l'État contraint l'individu à respecter les lois, sans quoi ce dernier fera face à certaines conséquences. En ce qui a trait à une obligation plus faible, disons une obligation morale, la force coercitive est l'agent lui-même, à savoir qu'il se contraint à agir conformément à un système d'obligations morales. Dans le cas où l'agent ne remplit pas ses obligations morales, les conséquences seront diverses (ex. de la honte)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Notre objectif ici n'est pas d'argumenter à savoir s'il existe ou non des dilemmes moraux. De fait, notre argument ne portera pas tant sur la thèse de Schotch concernant l'existence de conflits insolubles, mais plutôt sur le fait que l'agrégation découle des caractéristiques fondamentales de l'obligation.

<sup>2</sup> Les conséquences du non-respect d'une obligation morale ne sont pas l'enjeu ici. Notre objectif est seulement de mettre en lumière le fait que toute

Cela dit, il serait absurde de soutenir qu'un agent n'a pas l'obligation légale de toutes ses obligations légales. Si une personne a les obligations de ne pas voler, de payer ses taxes et de respecter les limites de vitesses, il s'ensuit qu'elle a aussi l'obligation de [ne pas voler, de payer ses taxes et de respecter les limites de vitesses]. Il serait absurde qu'une personne ait l'obligation de ne pas voler et de payer ses taxes, mais qu'il soit permis de voler ou de ne pas payer ses taxes. Si une personne a l'obligation de ne pas voler et de payer ses taxes, alors il lui est interdit de voler et il lui est interdit de ne pas payer ses taxes, puisque si une action est obligatoire, alors la négation de cette action est interdite. De fait, il ne lui est pas permis de voler, de même qu'il ne lui est pas permis de ne pas payer ses taxes. Il est donc faux de dire qu'il lui est soit permis de voler ou de ne pas payer ses taxes. Ce raisonnement repose simplement sur la prémisse de la cohérence du système d'obligations légales, et de fait la cohérence implique que le système est agrégatif et que l'obligation se distribue sur la conjonction. En somme, la logique appliquée à l'obligation doit rendre compte formellement de cette caractéristique :

$$(OA_1 \wedge \dots \wedge OA_n) \leftrightarrow O(A_1 \wedge \dots \wedge A_n)$$

### 3.1.2 Premier argument

D'entrée de jeu, la cohérence d'un ensemble d'obligations implique l'agrégation. En effet, soutenir qu'un ensemble d'obligations est cohérent équivaut à soutenir que les propositions à l'intérieur de l'ensemble sont sujettes à LC, voire à la simple notion de conséquence logique. Un ensemble cohérent est un ensemble où l'on ne peut pas déduire l'absurde ( $\perp$ ), et donc où il n'y a pas A et  $\neg A$ . De fait, soutenir qu'un ensemble d'obligations est cohérent équivaut à soutenir que la logique s'applique à l'intérieur de l'ensemble, et donc que les conséquences logiques des propositions doivent aussi faire

---

obligation est caractérisée, à des degrés différents, par une certaine contrainte et par un certain type de conséquences. L'objectif est de mettre en lumière le fait que toute obligation a la même structure, de sorte que formellement tout type d'obligations peut être traité relativement à l'analyse de l'obligation légale.

partie de l'ensemble d'obligations. Un ensemble d'obligations  $O_i$  est déterminé par une certaine autorité. Dans le cas de l'obligation légale, l'État dicte, de par ses différents codes, différentes obligations, ce qui engendre des ensembles d'obligations finis. Nous avons donc un nombre fini (disons  $n$ ) d'ensemble d'obligations, lesquels contiennent chacun un nombre fini (disons  $m$ ) d'actions obligatoires :

$$O_1, \dots, O_n$$

$$O_i = \{a_1, \dots, a_m\} \quad (\text{où } 0 < i \leq n)$$

Il est clair que chaque ensemble fini d'obligations ne contient pas les conséquences logiques de ses propositions, sans quoi l'ensemble serait dénombrable. Notre objectif est de montrer que si nous acceptons que tout ensemble d'obligations est cohérent, il s'ensuit qu'il faut accepter un ensemble d'obligations dérivées  $O^d$ , lequel contient certaines conséquences logiques des ensembles  $O_1, \dots, O_n$ , ce qui nous amènera à formaliser une obligation comme étant une action appartenant à un ensemble d'obligations  $O$ , où  $O$  contient tous les ensembles d'obligations et l'ensemble d'obligations dérivées<sup>3</sup> :

$$O_1, \dots, O_n, O^d \subset O$$

Une proposition de type «  $A$  est obligatoire » sera vraie si et seulement si  $A$  est un élément d'un ensemble d'obligations  $O$  :

$$OA = V \quad \text{ssi} \quad A \in O$$

<sup>3</sup> L'objectif ici est de montrer qu'il faut accepter un ensemble d'obligations dérivées dans la mesure où l'on veut formaliser l'obligation. Nous laisserons donc de côté les preuves et les justifications des caractéristiques de  $O^d$ , et *a fortiori* de  $O$ , ce qui sera l'objet d'un autre examen. Néanmoins, soulignons que les éléments de  $O^d$  ne doivent pas être des théorèmes de la logique propositionnelle, sans quoi l'interprétation sémantique de l'obligation perdrait son sens. Par surcroît,  $O$  ne sera pas un ensemble maximale consistant, mais plutôt un ensemble consistant, dénombrable et unique, de par sa construction à partir de  $\{O_1, \dots, O_n\}$ .

La question est de savoir s'il est juste d'accepter un ensemble  $O^d$  d'obligations dérivées. Pour montrer que cette conception est adéquate, nous devons sortir du cadre de l'analyse formelle afin de mettre en évidence certains principes plausibles en ce qui a trait à l'obligation, ce qui nous permettra par la suite d'insérer ces principes dans une preuve formelle. La raison de ce détour est qu'il serait absurde d'argumenter en faveur d'un concept d'obligation en utilisant la logique déontique ou tout autre système formel, puisque cela serait une pétition de principe. De fait, nous utiliserons seulement les principes de LC et les définitions afin de mener à terme notre argument. Notre objectif est de montrer que certains principes plausibles, conjointement à la prémisse de cohérence, entraînent des conséquences formelles précises au niveau du concept d'obligation.

La première remarque concerne la permission, plus précisément la distribution de la permission sur la disjonction, c'est-à-dire que si une disjonction d'actions est permise, alors une des actions doit l'être :

$$P(A \vee B) \leftrightarrow (PA \vee PB)$$

Considérons l'exemple suivant : il est permis de [marcher dans la rue ou boire un verre d'eau], mais il est interdit de marcher dans la rue et il est interdit de boire un verre d'eau. Il serait absurde de soutenir qu'une disjonction d'actes est permise alors que chacun des actes est interdit. Si deux actions sont interdites, il s'ensuit que leur disjonction n'est pas permise. Bref, supposer qu'une disjonction est permise équivaut à supposer qu'au moins une des actions l'est aussi, et donc si A ou B est permis, alors A est permis ou B est permis. La cohérence du système nous amène à conclure le principe (P) puisqu'il serait absurde de permettre la disjonction de deux actes qui sont individuellement interdits. Or, accepter (P) équivaut à accepter le principe d'agrégation :

1.  $P(A \vee B) \rightarrow (PA \vee PB)$  hyp
2.  $\neg(PA \vee PB) \rightarrow \neg P(A \vee B)$  contraposée ligne 1
3.  $(\neg PA \wedge \neg PB) \rightarrow \neg P(A \vee B)$  DM ligne 2
4.  $(O\neg A \wedge O\neg B) \rightarrow O\neg(A \vee B)$  def P ligne 3
5.  $(O\neg A \wedge O\neg B) \rightarrow O(\neg A \wedge \neg B)$  DM ligne 4

Dès lors, l'agrégation est une caractéristique fondamentale du concept d'obligation, et donc l'analyse formelle de Schotch quant à l'obligation est inadéquate puisqu'il rejette ce principe.

### *3.1.3 Second argument*

L'argument précédant nous a permis de voir en quoi la prémisse de cohérence et le principe (P) nous amène au principe d'agrégation. Le second argument prendra la forme d'un contre-exemple à l'interprétation sémantique de Schotch, contre-exemple qui reposera fondamentalement sur la notion de conséquence logique. Le raisonnement se résume à la proposition suivante, à savoir que toute conséquence logique d'une obligation est aussi une obligation<sup>4</sup>. Formellement :

$$\text{si } A_1, \dots, A_n \vdash B, \text{ alors } OA_1, \dots, OA_n \vdash OB$$

En mots, cela équivaut à dire que si B est une conséquence logique d'un ensemble de prémisses  $\{A_1, \dots, A_n\}$ , alors OB est une

---

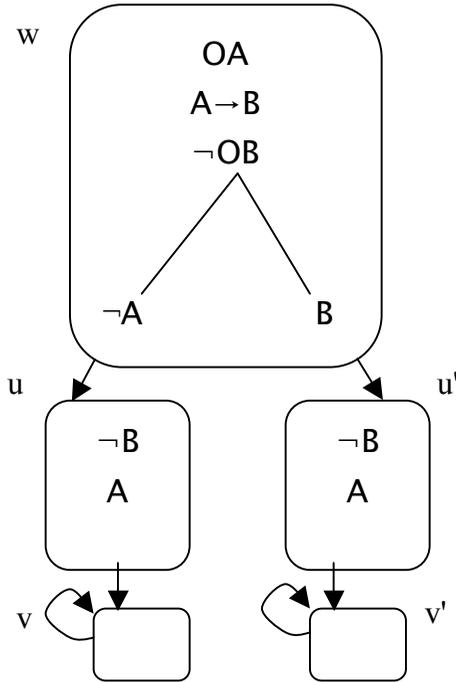
<sup>4</sup> On peut voir une telle approche dans un article de Carlos ALCHOURRON, «Logic without Truth» dans *Ratio juris*, vol. 3, no, 1, 1990, p. 46-67. Notre analyse s'éloigne cependant de celle d'Alchourron puisque nous n'acceptons pas que  $\vdash A$  implique  $\vdash OA$ , d'où l'exclusion des théorèmes de LC au sein de O<sup>d</sup>. « Si je vole, alors je vole » est un théorème de LC, mais cela n'aurait pas de sens au sein d'un ensemble d'obligations : « obligatoirement, si je vole alors je vole ». Il s'agit d'une nécessité logique, et non d'une obligation.

conséquence logique de  $\{OA_1, \dots, OA_n\}$ . Dès lors, si  $A$  est une obligation et que  $A$  implique  $B$ , il s'ensuit que  $B$  est aussi une obligation. Nous nommerons  $B$  une obligation dérivée (de l'obligation  $A$ ), puisque  $B$  n'appartient pas à l'ensemble fini d'obligations duquel  $A$  fait partie. Prenons un exemple afin de montrer que le principe de conséquence logique s'applique au concept d'obligation. Il est interdit de voler. Or, si quelqu'un prend quelque chose qui ne lui appartient pas sans la permission du propriétaire, alors cette personne commet l'acte de voler. Donc, il s'ensuit qu'il est interdit de prendre quelque chose qui ne nous appartient pas sans la permission du propriétaire. Personne ne contestera cet exemple : il serait absurde qu'une action qui implique nécessairement une action interdite soit permise. Les lois sont formulées de façon générale de sorte qu'elles incluent tous les cas particuliers qui tombent sous ce cas. Autrement dit, on formule une interdiction et toute action qui implique qu'on enfreint cette interdiction sera aussi interdite. Or, ce raisonnement équivaut à dire que les conséquences logiques d'une obligation sont aussi des obligations :

- |    |                               |   |
|----|-------------------------------|---|
| 1. | $IA$                          | hyp   |
| 2. | $B \rightarrow A$             | hyp   |
| 3. | $\neg A \rightarrow \neg B$   | contraposée ligne 2                         |
| 4. | $O\neg A$                     | def I ligne 1                               |
| 5. | $IB$                          | conclusion de l'exemple                     |
| 6. | $O\neg B$                     | def I ligne 5                               |
| 7. | $O\neg A \rightarrow O\neg B$ | introduction de l'implication lignes<br>4,6 |

C'est pourquoi il est nécessaire d'inclure un ensemble d'obligations dérivées lors de la formalisation de l'obligation, lequel contiendra certaines conséquences logiques des obligations fixées par l'État. Ce contre-exemple invalide à la fois SDL et l'interprétation sémantique de Schotch. Dans le cas de SDL, il faudrait que «  $A$

implique B » soit une obligation pour que l'on puisse conclure OB à partir de OA, sans quoi l'argument est invalide :



L'argument serait valide seulement si « A implique B » était une obligation, auquel cas il y aurait l'absurde dans  $u$  et  $u'$  et l'arbre fermerait. Le fait est que SDL accepte le principe de conséquence logique, mais seulement de manière faible :

$$\text{si } \vdash A, \text{ alors } \vdash_{SDL} OA$$

ce qui permet de conclure que

$$\text{si } OA \vdash_{SDL} OA \text{ et } \vdash_{LC} A \rightarrow B, \text{ alors } OA \vdash_{SDL} OB$$

Le problème avec SDL est que le principe de conséquence logique s'applique seulement aux théorèmes de LC. Or, une proposition comme « je dépasse la limite de vitesse sur l'autoroute » est une conséquence logique de « ma vitesse actuelle est de 150 km/h », sans pour autant que cela soit un théorème de LC. Pourtant, le raisonnement suivant est valide dans le cas de l'obligation légale : « il est interdit de dépasser les limites de vitesse sur l'autoroute, donc il est interdit de rouler à 150 km/h sur l'autoroute ». Il s'agit d'une obligation dérivée, c'est-à-dire un cas particulier dérivé d'une obligation générale. De fait, la logique appliquée à l'obligation doit tenir compte des conséquences logiques qui ne sont pas des théorèmes de LC et doit permettre de valider le raisonnement suivant :

1.  $OA$                       hyp
2.  $A \rightarrow B$               hyp
3. Donc,  $OB$                   principe de conséquence logique

Par ailleurs, le contre-exemple invalide aussi l'interprétation sémantique de Schotch. En effet, en rejetant le principe d'agrégation, Schotch rejette aussi le principe de conséquence logique. L'implication

$$(OA \wedge OB) \rightarrow O(A \wedge B)$$

est invalide dans le modèle de Schotch puisqu'il rejette le principe d'agrégation. Cependant, l'agrégation découle du principe de conséquence logique, et donc si Schotch accepte le principe de conséquence logique, alors il accepte aussi le principe d'agrégation. Or, puisqu'il rejette l'agrégation, il s'ensuit qu'il rejette aussi le principe de conséquence. Il est effectivement possible de dériver le principe d'agrégation à partir du principe de conséquence :

$$A, B \vdash A \wedge B$$

Donc, en vertu du principe de conséquence logique :

$$OA, OB \vdash O(A \wedge B)$$

En somme, l'obligation est caractérisée par le principe de conséquence logique, ce qui a été mis en lumière par l'exemple susmentionné. Considérant que le principe d'agrégation découle directement du principe de conséquence logique, il s'ensuit que l'obligation est aussi caractérisée par le principe d'agrégation, et donc qu'une analyse formelle du concept d'obligation doit tenir compte de l'agrégation, ce qui réfute l'interprétation sémantique de Schotch.

### 3.2 La portée des principes

Un point primordial à souligner est que la prémisse de cohérence du système d'obligations implique l'axiome D. Autrement dit, s'il ne peut pas y avoir deux obligations contradictoires à l'intérieur d'un même système, alors l'énoncé « si une action est obligatoire, alors elle est permise » est valide :

1.  $\neg(OA \rightarrow PA)$                       hyp
2.  $OA$      $\neg \rightarrow$  ligne 1
3.  $\neg PA$       $\neg \rightarrow$  ligne 1
4.  $\neg\neg O\neg A$                                 def P ligne 3
5.  $O\neg A$                                         double négation ligne 4
6.  $OA \rightarrow PA$                         RAA lignes 1, 2-5

Par surcroît, la formule  $\neg O \perp$  est implicite à la cohérence du système d'obligations, et donc un système logique cherchant à formaliser l'obligation doit rendre compte d'un tel énoncé. En effet, considérant qu'une proposition est une obligation si et seulement si elle appartient à un ensemble d'obligations  $O$ , c'est-à-dire que

$$OA = V \quad \text{ssi} \quad A \in O$$

il s'ensuit que  $\perp$  n'appartient pas à l'ensemble  $O$  puisque le système est cohérent. Autrement dit, la prémisse de cohérence du système d'obligations implique que  $\neg O \perp = V$ . La cohérence implique que pour toute formule  $A$ , il est impossible d'avoir une situation où  $A$  et  $\neg A$  sont éléments de  $O$ , et donc on ne peut déduire  $\perp$  à l'intérieur du système d'obligations ( $\perp \notin O$ ). Dès lors, puisque  $\perp$  n'est pas élément de  $O$ , il s'ensuit que la proposition  $O \perp$  est fautive, et donc que la proposition  $\neg O \perp$  est vraie :

1. si  $A \in O$ , alors  $\neg A \notin O$       prémisse de cohérence  
 $\perp \in O$  ssi      règle de déduction de  $\perp$
- $\exists A$  t.q.  $A \in O$  et  $\neg A \in O$
3.  $\forall A$   $A \notin O$  ou  $\neg A \notin O$       prémisse de cohérence
4.  $\perp \notin O$       MT 2-3
5.  $O \perp = F$        $OA = V$  ssi  $A \in O$
6.  $\neg O \perp = V$       bivalence

Bref, l'hypothèse de cohérence du système d'obligations implique que la formule  $\neg O \perp$  est vraie. D'un point de vue formel, il y a une équivalence entre D et  $\neg O \perp$  puisque chacun permet de conclure l'autre. Nous avons vu que la cohérence implique l'axiome D. Voyons maintenant en quoi l'axiome D implique la cohérence :

1.  $OA \rightarrow PA$       D
2.  $OA \wedge O \neg A$       hyp
3.  $OA$       élim. conj. ligne 2
4.  $O \neg A$       élim. conj. ligne 2
5.  $PA$       MP lignes 1,3
6.  $\neg O \neg A$       def P ligne 5
7.  $\neg(OA \wedge O \neg A)$       RAA lignes 2, 4-6

De fait, l'axiome D implique qu'il ne peut pas y avoir deux obligations contradictoires, d'où l'équivalence formelle entre l'axiome et le principe de cohérence. Toutefois, l'équivalence formelle n'entraîne pas l'effondrement de la distinction entre D et  $\neg O \perp$ . Au contraire, la distinction est d'ordre sémantique, et malgré l'équivalence formelle entre les deux propositions, il n'en demeure pas moins que, sémantiquement, les énoncés « si une action est obligatoire, alors elle est permise » et « si A est une obligation, alors  $\neg A$  n'est pas une obligation » ont deux significations déontiques différentes. Les deux propositions vont simplement de pair.

## Conclusion

En somme, il est important de voir en quoi l'interprétation sémantique de Schotch est inadéquate. En rejetant le principe d'agrégation, l'auteur exclut par le fait même la notion d'obligation dérivée, laquelle est une caractéristique fondamentale du concept d'obligation en vertu du principe de conséquence logique et de la cohérence du système. D'un point de vue sémantique, la cohérence du système est clairement importante puisqu'il serait absurde d'avoir un système d'obligations incohérent où deux actions incompatibles seraient requises. Par surcroît, la cohérence implique aussi que les conséquences logiques des obligations donnent lieu à des obligations dérivées, sans quoi il pourrait être permis de faire une action qui contrevient à une obligation. Les arguments que nous avons été en mesure de fournir contre l'interprétation sémantique de Schotch et contre SDL ont permis de mettre en lumière deux caractéristiques fondamentales du concept d'obligation, à savoir la cohérence du système et les obligations dérivées, lesquelles doivent nécessairement être prises en compte lors de l'analyse formelle de ce concept.

### **Bibliographie**

- KRIPKE, Saul, «Semantical Analysis of Modal Logic I: Normal Propositional Calculi», in *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, vol. 9, 1963, p. 67-96.
- SCHOTCH, Peter, «Non-Kripkean Deontic Logic», in *New Studies in Deontic Logic*, Hilpinen (Ed.), Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1981, p. 149-162.
- VON WRIGHT, Georg, «Deontic Logic», in *Mind*, vol. 60, 1951, p. 1-15.
- WEINBERGER, Ota, «A Philosophical Approach to Norm Logic», in *Ratio juris*, vol. 14, no, 1, 2001, p. 130-141.